

EXPRIME

Expérimenter des problèmes de recherche innovants en mathématiques à l'école



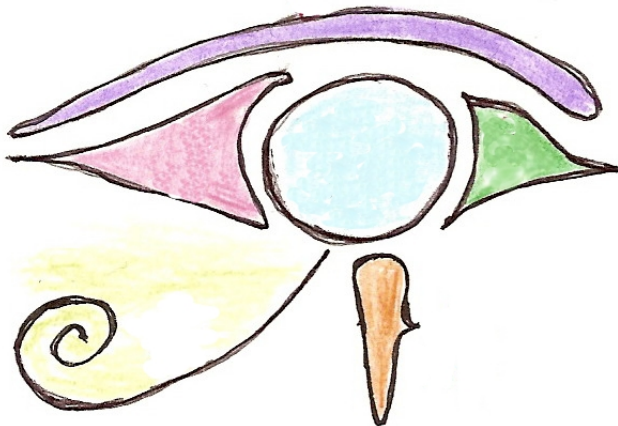
INRP, IREM, IUFM, UFR Maths

25 novembre 2010

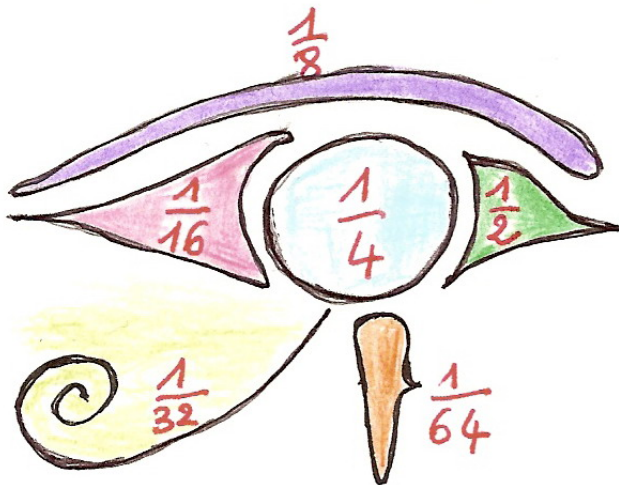
Plan de la présentation

- 1 Contexte et hypothèses
- 2 Démarche expérimentale et mathématiques
- 3 Conclusion

Contexte et hypothèses



Contexte et hypothèses



Contexte et hypothèses

Les problèmes de recherche dans la classe

- La référence classique de l'usage des problèmes ouverts [Arsac and Mante, 2007] : reproduction du travail du chercheur
- conséquence : l'accent est mis sur le développement de compétences meta mathématiques
 - apprentissage d'une démarche scientifique [Tisseron and Aldon, 1998]
 - développement d'heuristiques [Polya, 1945; Schoenfeld, 1985]
 - mobilisation d'outils de validation et de contrôle [Arsac and Tisseron, 2007]
- transposition

Contexte et hypothèses

Les problèmes de recherche dans la classe

- La référence classique de l'usage des problèmes ouverts [Arsac and Mante, 2007] : reproduction du travail du chercheur
- conséquence : l'accent est mis sur le développement de compétences meta mathématiques
 - apprentissage d'une démarche scientifique [Tisseron and Aldon, 1998]
 - développement d'heuristiques [Polya, 1945, Schoenfeld, 1985]
 - mobilisations d'outils de validation et de contrôle [Peix and Tisseron, 1998]
- transposition

Contexte et hypothèses

Les problèmes de recherche dans la classe

- La référence classique de l'usage des problèmes ouverts [Arsac and Mante, 2007] : reproduction du travail du chercheur
- conséquence : l'accent est mis sur le développement de compétences meta mathématiques
 - apprentissage d'une démarche scientifique [Tisseron and Aldon, 1998]
 - développement d'heuristiques [Polya, 1945, Schoenfeld, 1985]
 - mobilisations d'outils de validation et de contrôle [Peix and Tisseron, 1998]
- transposition

Contexte et hypothèses

Les problèmes de recherche dans la classe

- La référence classique de l'usage des problèmes ouverts [Arsac and Mante, 2007] : reproduction du travail du chercheur
- conséquence : l'accent est mis sur le développement de compétences meta mathématiques
 - apprentissage d'une démarche scientifique [Tisseron and Aldon, 1998]
 - développement d'heuristiques [Polya, 1945, Schoenfeld, 1985]
 - mobilisations d'outils de validation et de contrôle [Peix and Tisseron, 1998]
- transposition

Contexte et hypothèses

Les problèmes de recherche dans la classe

- La référence classique de l'usage des problèmes ouverts [Arsac and Mante, 2007] : reproduction du travail du chercheur
- conséquence : l'accent est mis sur le développement de compétences meta mathématiques
 - apprentissage d'une démarche scientifique [Tisseron and Aldon, 1998]
 - développement d'heuristiques [Polya, 1945, Schoenfeld, 1985]
 - mobilisations d'outils de validation et de contrôle [Peix and Tisseron, 1998]
- transposition

→ Le temps didactique - le temps du chercheur

→ L'élève : problème interne - problème externe

Contexte et hypothèses

Les problèmes de recherche dans la classe

- La référence classique de l'usage des problèmes ouverts [Arsac and Mante, 2007] : reproduction du travail du chercheur
- conséquence : l'accent est mis sur le développement de compétences meta mathématiques
 - apprentissage d'une démarche scientifique [Tisseron and Aldon, 1998]
 - développement d'heuristiques [Polya, 1945, Schoenfeld, 1985]
 - mobilisations d'outils de validation et de contrôle [Peix and Tisseron, 1998]
- transposition
 - Le temps didactique - le temps du chercheur
 - L'enjeu : problème interne - problème externe

Contexte et hypothèses

Les problèmes de recherche dans la classe

- La référence classique de l'usage des problèmes ouverts [Arsac and Mante, 2007] : reproduction du travail du chercheur
- conséquence : l'accent est mis sur le développement de compétences meta mathématiques
 - apprentissage d'une démarche scientifique [Tisseron and Aldon, 1998]
 - développement d'heuristiques [Polya, 1945, Schoenfeld, 1985]
 - mobilisations d'outils de validation et de contrôle [Peix and Tisseron, 1998]
- transposition
 - Le temps didactique - le temps du chercheur
 - L'enjeu : problème interne - problème externe

Contexte et hypothèses

Les problèmes de recherche dans la classe

- La référence classique de l'usage des problèmes ouverts [Arsac and Mante, 2007] : reproduction du travail du chercheur
- conséquence : l'accent est mis sur le développement de compétences meta mathématiques
 - apprentissage d'une démarche scientifique [Tisseron and Aldon, 1998]
 - développement d'heuristiques [Polya, 1945, Schoenfeld, 1985]
 - mobilisations d'outils de validation et de contrôle [Peix and Tisseron, 1998]
- transposition
 - Le temps didactique - le temps du chercheur
 - L'enjeu : problème interne - problème externe

Les hypothèses

Nous faisons l'hypothèse que, parmi les freins à ce développement, les points ci-dessous sont déterminants :

- 1 La part importante de la dimension expérimentale dans le travail de recherche rentre en conflit avec la représentation contemporaine dominante parmi les enseignants, et au delà dans la société, de ce que sont les mathématiques.
- 2 L'accent mis principalement dans l'approche des problèmes de recherche sur le développement de compétences transversales liées au raisonnement, en laissant au second plan les apprentissages sur les notions mathématiques en jeu, est en opposition avec les contraintes institutionnelles qui pèsent sur les professeurs, en particulier en ce qui concerne l'avancement dans le programme.

Les hypothèses

Nous faisons l'hypothèse que, parmi les freins à ce développement, les points ci-dessous sont déterminants :

- 1 La part importante de la dimension expérimentale dans le travail de recherche rentre en conflit avec la représentation contemporaine dominante parmi les enseignants, et au delà dans la société, de ce que sont les mathématiques.
- 2 L'accent mis principalement dans l'approche des problèmes de recherche sur le développement de compétences transversales liées au raisonnement, en laissant au second plan les apprentissages sur les notions mathématiques en jeu, est en opposition avec les contraintes institutionnelles qui pèsent sur les professeurs, en particulier en ce qui concerne l'avancement dans le programme.

Cadres théoriques

Une étude à deux niveaux

- ① Etude de la ressource
 - ② Etude de l'usage de la ressource
- Théorie des situations
 - analyse des contenus : de la situation mathématique à la situation didactique
 - analyse des usages : ressource comme un élément du milieu dans une situation de construction de séquences de classe.
 - Ergonomie

Cadres théoriques

Une étude à deux niveaux

- ① Etude de la ressource
 - ② Etude de l'usage de la ressource
- Théorie des situations
 - analyse des contenus : de la situation mathématique à la situation didactique
 - analyse des usages : ressource comme un élément du milieu dans une situation de construction de séquences de classe.
 - Ergonomie

Cadres théoriques

Une étude à deux niveaux

- 1 Etude de la ressource
 - 2 Etude de l'usage de la ressource
- Théorie des situations
 - analyse des contenus : de la situation mathématique à la situation didactique
 - analyse des usages : ressource comme un élément du milieu dans une situation de construction de séquences de classe.
 - Ergonomie
 - utilité, utilisabilité, acceptabilité
 - analyse de l'activité (la mise en œuvre)

Cadres théoriques

Une étude à deux niveaux

- ① Etude de la ressource
 - ② Etude de l'usage de la ressource
- Théorie des situations
 - analyse des contenus : de la situation mathématique à la situation didactique
 - analyse des usages : ressource comme un élément du milieu dans une situation de construction de séquences de classe.
 - Ergonomie
 - utilité, utilisabilité, acceptabilité
 - analyse de l'activité (la mise en œuvre)

Cadres théoriques

Une étude à deux niveaux

- ① Etude de la ressource
 - ② Etude de l'usage de la ressource
- Théorie des situations
 - analyse des contenus : de la situation mathématique à la situation didactique
 - analyse des usages : ressource comme un élément du milieu dans une situation de construction de séquences de classe.
 - Ergonomie
 - utilité, utilisabilité, acceptabilité
 - analyse de l'activité (la mise en œuvre)

Cadres théoriques

Une étude à deux niveaux

- ① Etude de la ressource
 - ② Etude de l'usage de la ressource
- Théorie des situations
 - analyse des contenus : de la situation mathématique à la situation didactique
 - analyse des usages : ressource comme un élément du milieu dans une situation de construction de séquences de classe.
 - Ergonomie
 - utilité, utilisabilité, acceptabilité
 - analyse de l'activité (la mise en œuvre)

Démarche expérimentale et mathématiques

$$\begin{array}{r} 2375 \\ \times 7 \\ \hline 16625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2375 \\ \times 7 \\ \hline 21353 \end{array}$$

« Le concret c'est l'abstrait rendu familier par l'usage »
[Langevin, 2007, p.299]

Démarche expérimentale et mathématiques

$$\begin{array}{r} 2375 \\ \times 7 \\ \hline 16625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2375 \\ \times 7 \\ \hline 21353 \end{array}$$

« Le concret c'est l'abstrait rendu familier par l'usage »
[Langevin, 2007, p.299]

Démarche expérimentale et mathématiques

Il y a une part expérimentale évidente dans les mathématiques en construction

mais
pas forcément dans l'édifice mathématique.

« Ce qui caractérise la dimension expérimentale en mathématiques, c'est le va-et-vient entre un travail avec les objets que l'on essaye de définir et de délimiter et l'élaboration et/ou la mise à l'épreuve d'une théorie, le plus souvent locale, visant à rendre compte des propriétés de ces objets. »
[Durand-Guerrier, 2010]

Démarche expérimentale et mathématiques

Il y a une part expérimentale évidente dans les mathématiques en construction
mais
pas forcément dans l'édifice mathématique.

« Ce qui caractérise la dimension expérimentale en mathématiques, c'est le va-et-vient entre un travail avec les objets que l'on essaye de définir et de délimiter et l'élaboration et/ou la mise à l'épreuve d'une théorie, le plus souvent locale, visant à rendre compte des propriétés de ces objets. »
[Durand-Guerrier, 2010]

Démarche expérimentale et mathématiques

- La validation en mathématiques est extérieure à l'expérience
- De la conjecture au théorème : processus de preuve

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{\lceil \frac{y}{x} \rceil} + \frac{\text{mod}(-y, x)}{y \times \lceil \frac{y}{x} \rceil}$$



Démarche expérimentale et mathématiques

- La validation en mathématiques est extérieure à l'expérience
- De la conjecture au théorème : processus de preuve

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{\lceil \frac{y}{x} \rceil} + \frac{\text{mod}(-y, x)}{y \times \lceil \frac{y}{x} \rceil}$$



Démarche expérimentale et mathématiques

Relier à l'usage des technologies.

- technologie permettant une exploration.
- technologie posant des questions à l'utilisateur :

$$\sum_{k=1}^{10} k = 55$$

$$\sum_{k=10}^1 k = -44$$

Maxima, XCas, TI-Nspire

Démarche expérimentale et mathématiques

Relier à l'usage des technologies.

- technologie permettant une exploration.
- technologie posant des questions à l'utilisateur :

$$\sum_{k=1}^{10} k = 55$$

$$\sum_{k=10}^1 k = -44$$

Maxima, XCas, TI-Nspire

Démarche expérimentale et mathématiques

Expériences variées peut permettre de mettre en place l'algorithme en généralisant à $\sum_{p=a}^b k(p)$:

- Trouver f tq $\forall p, f(p) - f(p-1) = k(p)$
- Calculer $f(b) - f(a-1)$

Questions

Quelle est la nature de l'expérience et quel est le lien avec la construction des connaissances ?

Part expérimentale versus investigation.

Investigation dans les mathématiques vers investigation co-disciplinaire.

Bibliographie



Arsac, G. and Mante, M. (2007).

Les pratiques du problème ouvert.
Scéren CRDP de Lyon.



Durand-Guerrier, V. (2010).

La dimension expérimentale en mathématiques Enjeux épistémologiques et didactiques, chapter Cadres théoriques.
INRP.



Langevin, P. (2007).

Propos d'un physicien engagé, pour mettre la science au service de tous textes présentés et annotés par Bernadette Bensaude-Vincent.
Vuibert.



Peix, A. and Tisseron, C. (1998).

Le problème ouvert comme moyen de réconcilier les futurs professeurs d'école avec les mathématiques.
Petit x, 48 :5–21.



Polya, G. (1945).

How to solve it? A New Aspect of Mathematical Method.
Princeton University Press.



Schoenfeld, A. (1985).

Mathematical problem solving.
Orlando, FL : Academic Press.



Tisseron, C. and Aldon, G. (1998).

Des situations pour mettre en oeuvre une démarche scientifique.
In *Actes du deuxième colloque international Recherche et formation des enseignants*. IUFM de Grenoble  EducTice
educitice.inrp.fr