

Composer des environnements : un accompagnement à la démarche de preuve ?

Isabelle Puig Renault

Directeur de Thèse : Luc Trouche

Laboratoire : LEPS Lyon





Sommaire

- Introduction
- Cadre théorique
- La situation
- Configurations didactiques
- Mode d'exploitation
- Réalisation didactique
- Exemples 1 et 2
- Quelques réponses



Introduction

- En cinquième (des preuves pragmatiques aux preuves intellectuelles)
- Démarche d'investigation....
 - Problème de pavage (question ouverte, enjeu accessibilité)
 - De la conjecture à la preuve
- Accompagnement dans deux environnements
- Questionnement :

Comment cet accompagnement des élèves, à travers une démarche expérimentale, a permis d'élaborer un raisonnement mathématique de la conjecture à la preuve ?



Cadre théorique

- Théorie des situations (Brousseau)
- Orchestration instrumentale (Trouche)
- Configuration didactique / mode d'exploitation/ Réalisation didactique (Drijvers)
- Preuves (Balacheff)

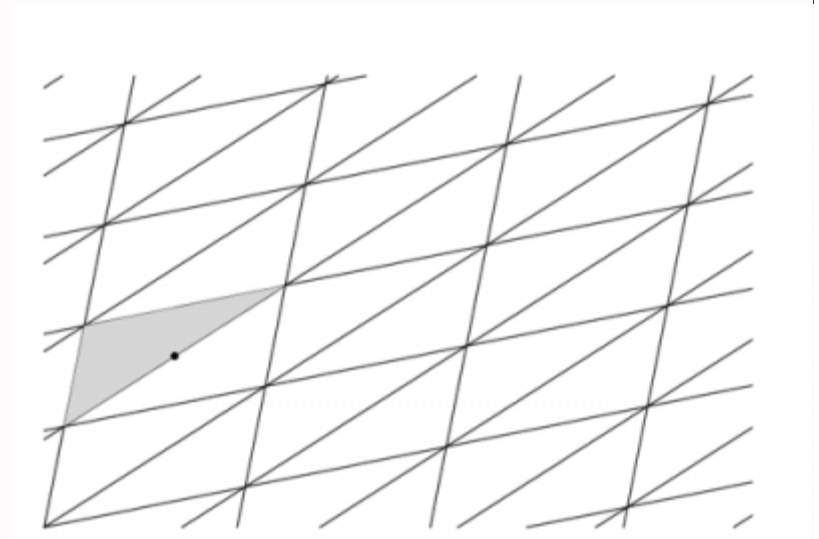


La situation (1)

- Des pavages avec des triangles
- Variables didactiques :
 - Définitions / Triangles
 - Questions du problème :
 - 1ère : *peut-on faire un pavage avec n'importe quel triangle ?*
 - 2ème : *qu'est ce qui prouve que la réponse à la première question est juste ?*

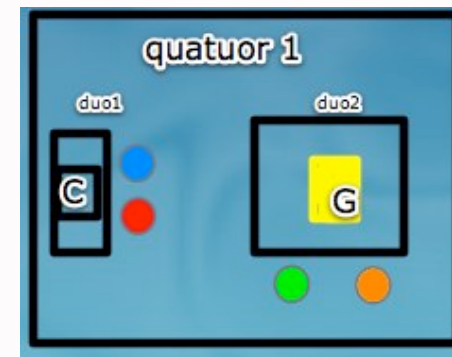
La situation (2)

- Attendus / preuves :
 - Faire un quadrillage
 - Faire des lignes
 - Paver avec des motifs « plus grands »



Mode d'exploitation(1)

- Pourquoi composer
 - Apport des deux environnements
 - Exploration du problème sous différents aspects
- Comment composer
 - Dans les deux environnements pour tous
 - Confrontation en quatuors, duos





Mode d'exploitation (2)

- Accompagnement de cette composition, du passage de l'un à l'autre
 - Les différentes séances (séances de préparation)
 - Des gabarits aux macros
 - Des traces écrites :
 - Affiches
 - Des feuilles d'expériences

Nom _____ FEUILLE D'EXPERIENCE et DE REPOSE S

1 Est-ce-qu'on peut faire un pavage avec n'importe quel triangle?

2 Qu'est-ce qui prouve que la réponse à la première question est juste?

Phase 1 : Avec Cabri

Essai n°	Figure employée	Comment j'ai pavé?	Pavage réussi? Pourquoi?
1			
2			
3			

Phase 2 : Après discussion avec l'autre duo

Réponse aux deux questions :

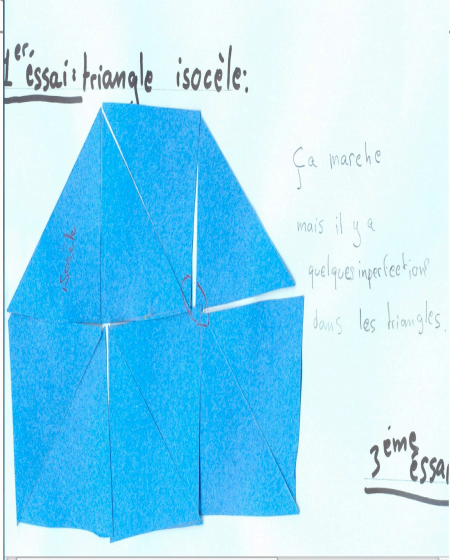
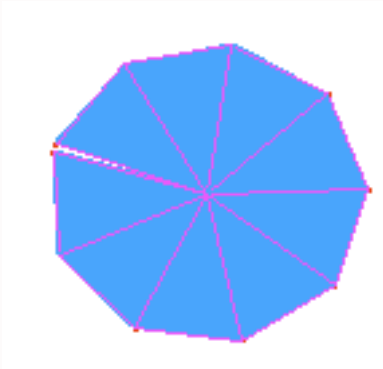
Phase 3 : Je continue l'affiche commencée par l'autre duo (l'autre duo continue le fichier cabri)



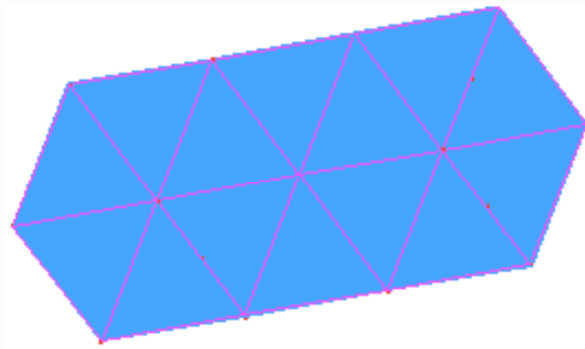
Réalisation didactique

- Expérimentation dans deux classes
- Ce qui a été enregistré et relevé
 - Dans l'environnement gabarit
 - Vidéo des duos
 - Dans l'environnement cabri
 - Enregistrement des écrans
 - Feuille d'expériences et affiches

Exemple 1 : expérimentation 1

Duo1: Gabarit	Duo2 : Cabri
 <p>1^{er} essai: triangle isocèle:</p> <p>ça marche mais il y a quelques imperfections dans les triangles.</p> <p>3^{ème} essai</p>	
<p>« ça marche, mais il y a quelques imperfections dans les triangles. »</p>	<p>A la question 1 : “ non il faut un triangle particulier pour faire un pavage.”</p> <p>A la question 2 : “ on a fait des essais et certains triangles ne forment pas des pavages... il reste des espaces.”</p>
<p>« moi, je vous le fais marcher le triangle isocèle »</p>	

Exemple 1 : expérimentation 1



Réponse 1 : « oui mais tout le temps avec de la symétrie centrale (la symétrie axiale marche quelquefois) »
Réponse 2 : « A chaque fois et avec n'importe quels triangles (isocèles, rectangles, quelconques...) il n'y a ni trous ni chevauchement donc les figures sont des pavages. »

Partie 4 : nouvelle concertation entre duos. 3 des élèves sur 4 s'accordent sur la réponse à donner à la conjecture :

Est-ce que j'ai changé d'avis? Nouvelle conclusion? Oui j'ai changé d'avis ça marche dans tout les cas. On peut faire un pavage avec n'importe quel triangle, les seuls qui ne marchent pas c'est avec la symétrie centrale pas support au milieu d'un des côtés du triangle.

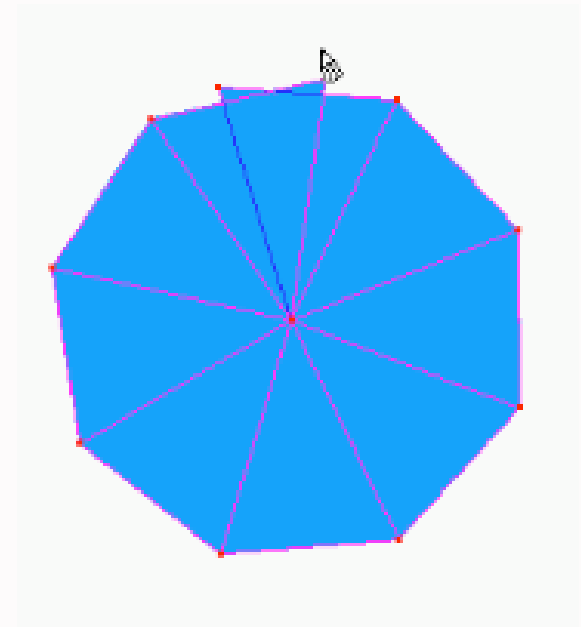


Exemple 1 : expérimentation 1

- La validation de la conjecture après la confrontation et dans un nouvel environnement
- La formulation s'étoffe d'une expérience à l'autre
- « je n'arrive pas à paver avec le triangle isocèle... » mis en échec

Exemple 2 : expérimentation 2

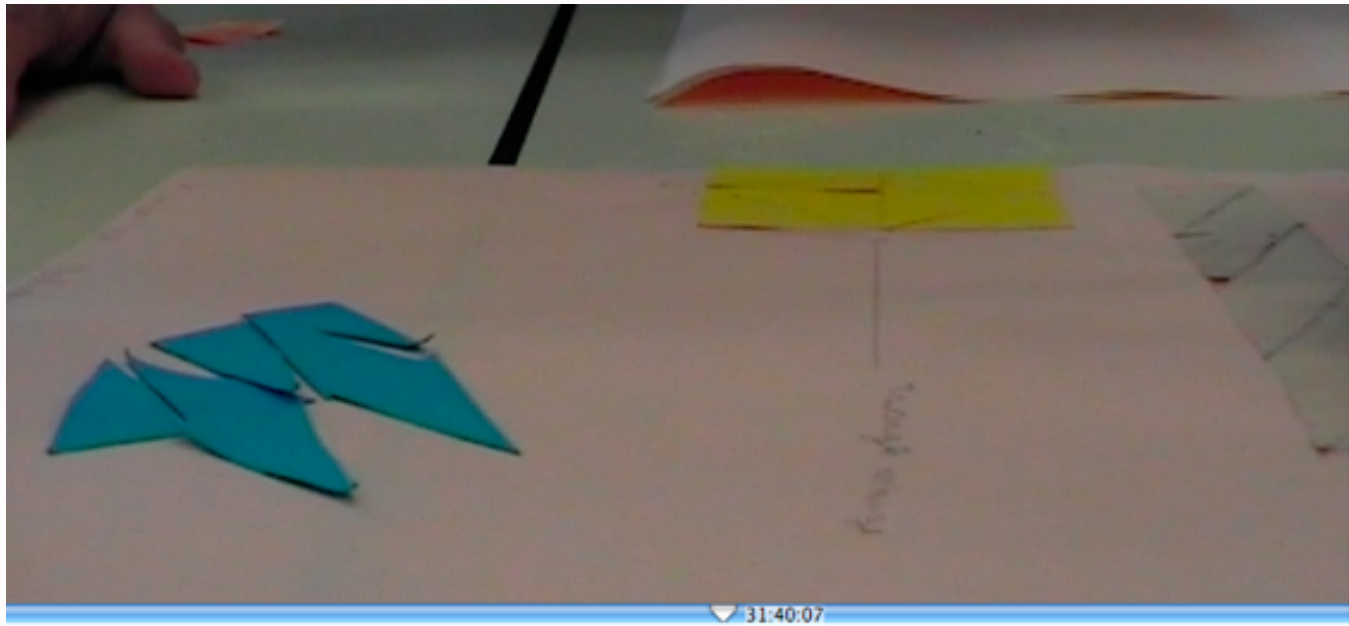
- Duo (expérience 2)
- Phase 1 : Dans l'environnement Cabri
 - Démarrage difficile
 - Triangle isocèle : figure en rond
- Phase 2 : Interaction
 - Faire original
 - Pas en rond
 - en rectangle



Exemple 2: expérimentation 2

- Phase 2 : dans l'environnement Cabri
 - Essai avec des triangles isocèles : original....
 - Essai avec des triangles équilatéral : en rond ...
- Discussion vive entre les deux élèves

Essai 2: Avec Cabri			
Essai n°	Figure employée	Comment, j'ai passé?	Parage réussi? Pourquoi?
1	triangle isocèle en rond		non, l'un des triangle ne suit pas l'autre
2	triangle isocèle	en rectangle collé ensemble	oui car c'est comme un rectangle.



31:40:07



Exemple 2 : expérimentation 2

- Bilan :
 - Différentes stratégies
 - Réinvestissement des expériences
 - D'un environnement à l'autre
 - Après la confrontation avec le duo associé
 - Questionne les réalisations



Quelques réponses

- Progression dans la démarche de preuve, on ne s'arrête pas aux constats.
- Différentes procédures que l'on trouve d'un environnement à l'autre, lors des confrontations.
- Stabilisation de la conjecture mais expression de la preuve par rapport aux propriétés de géométrie reste difficile.



Bibliographie

- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics* 18, 147-176,
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée Sauvage.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., & Van Gisbergen, S. (2009). Instrumental orchestration: theory and practice, Proceedings of CERME, 1349-1358, INRP,
- Kuntz, G. (dir.), Bacconnier, B., Carraud, F., Dias, T., Durand-Guerrier, V., Poyet, F., Trgalova, J., & Trouche, L. (2007). *Démarche expérimentale et apprentissages mathématiques*. Les dossiers de la Veille scientifique et technologique de l'INRP,
- Puig Renault, I. (2006). Etude d'un moment sensible dans l'apprentissage de la géométrie : une situation de pavage. Master HPDS Université Lyon1, 96 p.
- Rabardel, P. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques, in M. Bailleul, Actes de l'école d'été de Didactique des mathématiques, 202-213, IUFM de Caen.
- Soury-Lavergne, S. (1999). Les primitives de Cabri Géomètre-Géomètre dans le préceptorat distant de Télé-Cabri Géomètre, in M. Bailleul, Actes de l'école d'été de Didactique des mathématiques, 321-328, IUFM de Caen.
- Trouche, L. (2005). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25-1, p. 91-38.