

Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle

Joris Mithalal

Université Joseph Fourier (Grenoble 1)
LIG, équipe DIAM

26 janvier 2010

La résolution de problèmes de géométrie par des élèves de début de lycée laisse apparaître un hiatus entre:

- Un point de vue “théorique” formalisé permettant de répondre à l’institution: démonstration, définitions, théorèmes. . .
- Un point de vue “pratique” permettant de répondre à ses propres exigences: observation visuelle, dessins. . .

La résolution de problèmes de géométrie par des élèves de début de lycée laisse apparaître un hiatus entre:

- Un point de vue “théorique” formalisé permettant de répondre à l’institution: démonstration, définitions, théorèmes. . .
- Un point de vue “pratique” permettant de répondre à ses propres exigences: observation visuelle, dessins. . .

Comment atténuer cet écart pour intégrer des considérations théoriques aux exigences des élèves?

Le problème de l'évidence visuelle

Demande de l'institution

- géométrie axiomatique naturelle pour la résolution de problèmes
- géométrie naturelle pour la recherche de solutions

Le problème de l'évidence visuelle

Démarche d'élèves

- géométrie naturelle pour la résolution de problèmes
- géométrie axiomatique naturelle pour répondre à l'institution

Demande de l'institution

- géométrie axiomatique naturelle pour la résolution de problèmes
- géométrie naturelle pour la recherche de solutions

Le problème de l'évidence visuelle

Démarche d'élèves

- géométrie naturelle pour la résolution de problèmes
- géométrie axiomatique naturelle pour répondre à l'institution

Demande de l'institution

- géométrie axiomatique naturelle pour la résolution de problèmes
- géométrie naturelle pour la recherche de solutions

L'évidence visuelle comme obstacle: G1 est opérante

Le problème de l'évidence visuelle

Démarche d'élèves

- géométrie naturelle pour la résolution de problèmes
- géométrie axiomatique naturelle pour répondre à l'institution

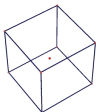
Demande de l'institution

- géométrie axiomatique naturelle pour la résolution de problèmes
- géométrie naturelle pour la recherche de solutions

L'évidence visuelle comme obstacle: G1 est opérante

Vision iconique:

les objets sont identifiés par leurs contours



Le problème de l'évidence visuelle

Démarche d'élèves

- géométrie naturelle pour la résolution de problèmes
- géométrie axiomatique naturelle pour répondre à l'institution

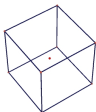
Demande de l'institution

- géométrie axiomatique naturelle pour la résolution de problèmes
- géométrie naturelle pour la recherche de solutions

L'évidence visuelle comme obstacle: G1 est opérante

Vision iconique:

les objets sont identifiés par leurs contours



Vision non-iconique:

le dessin comme représentant sur lequel il est possible d'opérer

Déconstruction instrumentale, déconstruction dimensionnelle

Déconstruction instrumentale

*Comment construire un objet à
l'aide d'instruments donnés?*

Déconstruction instrumentale, déconstruction dimensionnelle

Déconstruction instrumentale

Comment construire un objet à l'aide d'instruments donnés?

Carré:

- Droite $\mathcal{D}$, marquer deux points A, B sur $\mathcal{D}$
- $\mathcal{C}_1$, cercle de centre A passant par B, $\mathcal{C}_2$, cercle de centre B passant par A
- $\mathcal{D}'$ et $\mathcal{D}''$, perpendiculaires à $\mathcal{D}$ en les points A et B (équerre)
- $C = \mathcal{D}' \cap \mathcal{C}_1$, $D = \mathcal{D}'' \cap \mathcal{C}_2$

Déconstruction instrumentale, déconstruction dimensionnelle

Déconstruction instrumentale

Comment construire un objet à l'aide d'instruments donnés?

Carré:

- Droite $\mathcal{D}$, marquer deux points A, B sur $\mathcal{D}$
- $\mathcal{C}_1$, cercle de centre A passant par B, $\mathcal{C}_2$, cercle de centre B passant par A
- $\mathcal{D}'$ et $\mathcal{D}''$, perpendiculaires à $\mathcal{D}$ en les points A et B (équerre)
- $C = \mathcal{D}' \cap \mathcal{C}_1$, $D = \mathcal{D}'' \cap \mathcal{C}_2$

Déconstruction dimensionnelle

Assemblage par les propriétés géométriques d'unités figurationnelles de dimensions inférieures.

Déconstruction instrumentale, déconstruction dimensionnelle

Déconstruction instrumentale

Comment construire un objet à l'aide d'instruments donnés?

Carré:

- Droite $\mathcal{D}$, marquer deux points A, B sur $\mathcal{D}$
- $\mathcal{C}_1$, cercle de centre A passant par B, $\mathcal{C}_2$, cercle de centre B passant par A
- $\mathcal{D}'$ et $\mathcal{D}''$, perpendiculaires à $\mathcal{D}$ en les points A et B (équerre)
- $C = \mathcal{D}' \cap \mathcal{C}_1$, $D = \mathcal{D}'' \cap \mathcal{C}_2$

Déconstruction dimensionnelle

Assemblage par les propriétés géométriques d'unités figurales de dimensions inférieures.

Carré:

- 4 segments $\mathcal{S}_i$, avec
 - $\mathcal{S}_i \perp \mathcal{S}_{i+1}$, $\mathcal{S}_4 \perp \mathcal{S}_1$
 - $\mathcal{S}_i \cap \mathcal{S}_{i+1}$ est un point, $\mathcal{S}_4 \cap \mathcal{S}_1$ aussi
 - $d(\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_3) = d(\mathcal{S}_2, \mathcal{S}_4)$
- 4 points A, B, C, D, avec
 - $AB = BC = CD = DA$
 - $AC = BD$

Cabri 3D

- Géométrie dans l'espace: limites visuelles
 - Déstabilisent la vision iconique
 - Les représentations planes ne peuvent être confondues avec l'objet d'étude
 - Introduisent une trop grande complexité
- Possibilité d'une approche visuelle
- Utilisation des outils de Cabri 3D

Cabri 3D

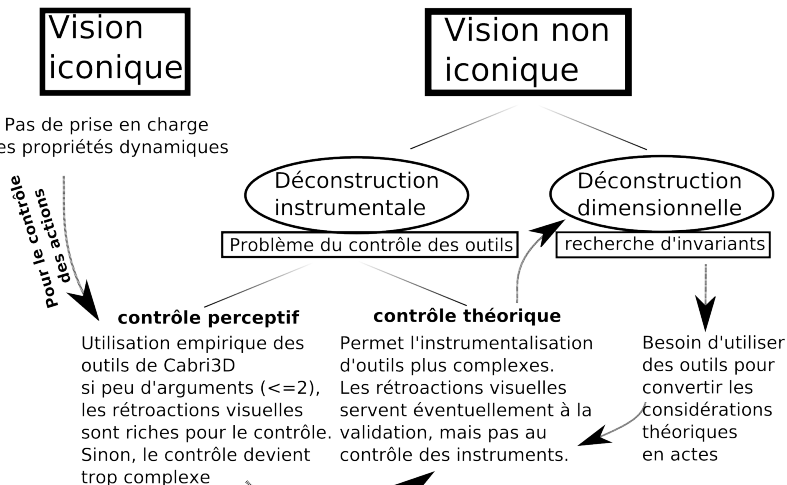
- Géométrie dans l'espace: limites visuelles
- Possibilité d'une approche visuelle
- Meilleure lisibilité des représentations: changement de point de vue
- Limite les risques de blocage
- L'étude visuelle ne permet pas de résoudre les problèmes
- Utilisation des outils de Cabri 3D



Cabri 3D

- Géométrie dans l'espace: limites visuelles
- Possibilité d'une approche visuelle
- Utilisation des outils de Cabri 3D
 - meilleur contrôle des constructions
 - le déplacement comme indicateur visuel
 - contrôles non visuels permettant l'anticipation:
travail sur la figure?

Hypothèse: schéma d'évolution



Reconstruction du sommet manquant d'un cube tronqué

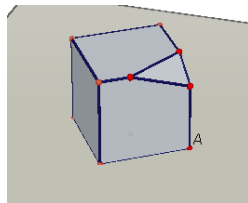
- Étudiants de seconde, par binômes

Reconstruction du sommet manquant d'un cube tronqué

- Étudiants de seconde, par binômes
- Seconde activité: diagnostic et évolution des procédures

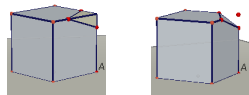
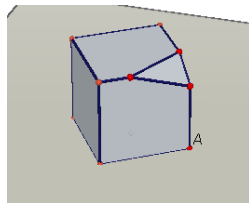
Reconstruction du sommet manquant d'un cube tronqué

- Étudiants de seconde, par binômes
- Seconde activité: diagnostic et évolution des procédures
- *Donner autant de méthodes que possible pour reconstruire le sommet manquant du cube. Les rédiger brièvement.*



Reconstruction du sommet manquant d'un cube tronqué

- Étudiants de seconde, par binômes
- Seconde activité: diagnostic et évolution des procédures
- *Donner autant de méthodes que possible pour reconstruire le sommet manquant du cube. Les rédiger brièvement.*
- Plusieurs interprétations de la consigne: objet physique ou "sommet-point" du cube.



Stratégies et jugements de validité

Quelques stratégies type

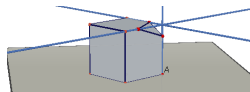
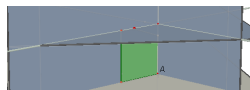
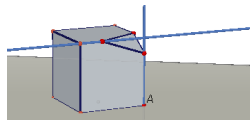
- Positionnement perceptif
vision iconique



Stratégies et jugements de validité

Quelques stratégies type

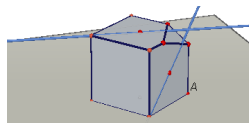
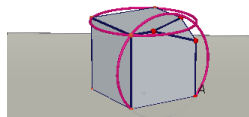
- Positionnement perceptif
- Prolongement de la frontière
déconstruction instrumentale
peut être liée à la vision iconique ou non,
selon les cas



Stratégies et jugements de validité

Quelques stratégies type

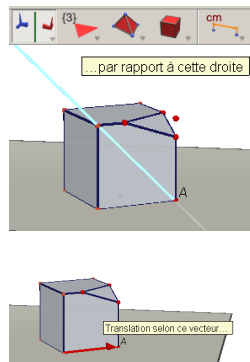
- Positionnement perceptif
- Prolongement de la frontière
- Ajouts de nouveaux tracés
déconstruction instrumentale
doit faire intervenir la déconstruction
dimensionnelle



Stratégies et jugements de validité

Quelques stratégies type

- Positionnement perceptif
- Prolongement de la frontière
- Ajouts de nouveaux tracés
- **Transformations**
déconstruction instrumentale provenant
d'une déconstruction dimensionnelle



Stratégies et jugements de validité

Quelques stratégies type

- Positionnement perceptif
- Prolongement de la frontière
- Ajouts de nouveaux tracés
- Transformations

Validation:

- par identité de formes

Stratégies et jugements de validité

Quelques stratégies type

- Positionnement perceptif
- Prolongement de la frontière
- Ajouts de nouveaux tracés
- Transformations

Validation:

- par identité de formes
- validité de la procédure de construction:
déconstruction instrumentale

Stratégies et jugements de validité

Quelques stratégies type

- Positionnement perceptif
- Prolongement de la frontière
- Ajouts de nouveaux tracés
- Transformations

Validation:

- par identité de formes
- validité de la procédure de construction:
déconstruction instrumentale
- conformité à la déconstruction
dimensionnelle du cube

Premier groupe

Pas de déconstruction dimensionnelle

Interprétation: reconstruire l'objet physique

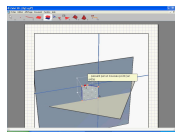
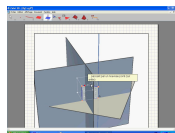
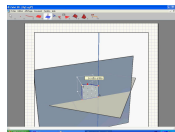
7'08 : *Et faut mettre
un point et après
enlever les traits [de
construction].*

Premier groupe

Pas de déconstruction dimensionnelle

Interprétation: reconstruire l'objet physique

- Stratégies par essai-erreur, contrôle visuel de validité
 - Ajustement de la position du point
 - Prolongement des arêtes: essais non-contrôlés



Premier groupe

Pas de déconstruction dimensionnelle

Interprétation: reconstruire l'objet physique

- Stratégies par essai-erreur, contrôle visuel de validité
- **Début de formalisation**
 - pour communiquer et rédiger
 - permet une réflexion a priori sur l'action

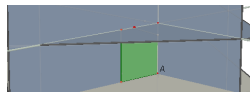
*Je pense qu'il faut
faire déjà une
perpendiculaire à ça
et une parallèle à
l'autre*

Premier groupe

Pas de déconstruction dimensionnelle

Interprétation: reconstruire l'objet physique

- Stratégies par essai-erreur, contrôle visuel de validité
- Début de formalisation
- La déconstruction instrumentale devient systématique
 - Efficacité des constructions, sans tâtonnement
 - Anticipation de la validité des constructions



— Ah, mais c'est bien ça!

— Bien sûr que c'est bien!

Premier groupe

Pas de déconstruction dimensionnelle

Interprétation: reconstruire l'objet physique

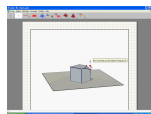
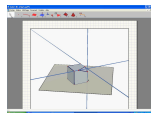
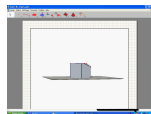
- Stratégies par essai-erreur, contrôle visuel de validité
- Début de formalisation
- La déconstruction instrumentale devient systématique
- Pas de déconstruction dimensionnelle
 - résolution à l'aide de la frontière
 - explications non cohérentes avec la solution
 - validation par identité de forme

Second groupe

Coexistence de plusieurs approches

Quelle place pour la déconstruction dimensionnelle?

- **Reconstruction de la forme**
 - positionnement perceptif dans l'espace
 - prolongement d'arêtes
 - positionnement perceptif sur une verticale: méthode approximative



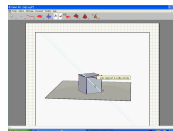
*Elle n'est peut-être pas très
précise, mais on arrive quand
même à construire!*

Second groupe

Coexistence de plusieurs approches

Quelle place pour la déconstruction dimensionnelle?

- Reconstruction de la forme
- Procédure s'appuyant sur la déconstruction dimensionnelle du cube

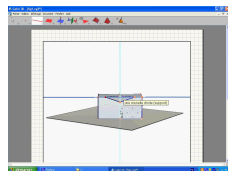


Second groupe

Coexistence de plusieurs approches

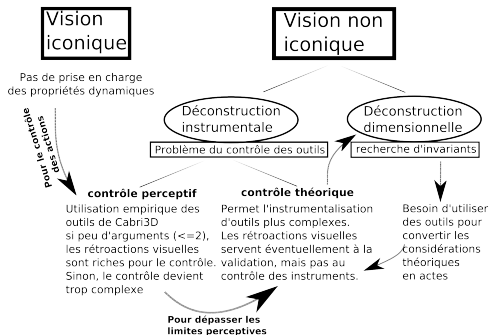
Quelle place pour la déconstruction dimensionnelle?

- Reconstruction de la forme
- Procédure s'appuyant sur la déconstruction dimensionnelle du cube
- Validation soumise au contrôle de la déconstruction dimensionnelle
 - Ajout d'un autre cube pour la construction
 - Refus du statut de "nouvelle méthode": jugée identique à l'intersection d'arêtes
 - La déconstruction dimensionnelle est critère de validité



*Je viens d'y penser:
le cube ne sert
absolument à rien.
[...] on l'a déjà
fait!*

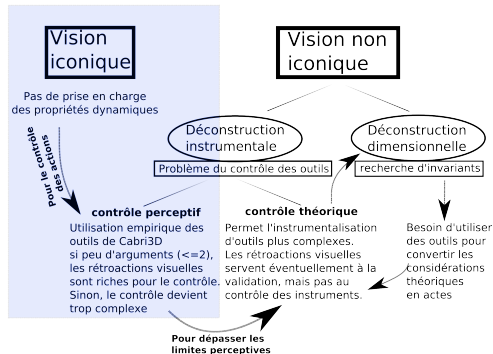
Instabilité: situation.



Instabilité: situation.

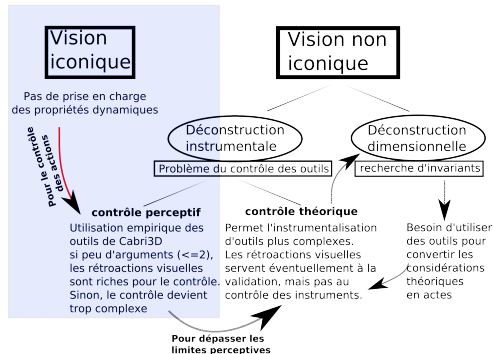
Premier groupe:

- Interprétation et validation: VI
- DI pour agir



Instabilité: situation.
Premier groupe:

- Interprétation et validation: VI
- DI pour agir



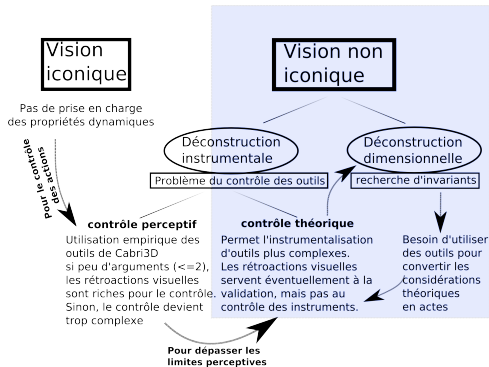
Instabilité: situation.

Premier groupe:

- Interprétation et validation: VI
- DI pour agir

Second groupe:

- S'appuient sur la VI
- Jeu entre DI et DD
- La DD devient critère de validation



Instabilité: situation.

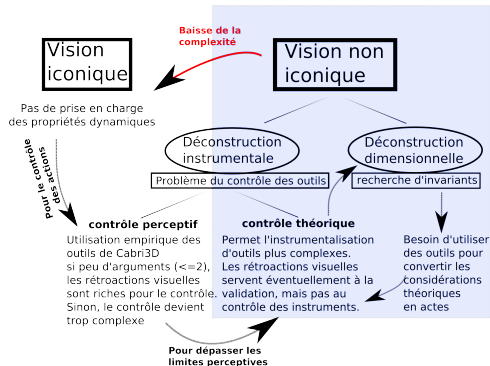
Premier groupe:

- Interprétation et validation: VI
- DI pour agir

Second groupe:

- S'appuient sur la VI
- Jeu entre DI et DD
- La DD devient critère de validation

Coexistence pacifique de la VNI et la VI: critère d'efficacité



Merci de votre attention.
joris.mithalal@imag.fr